

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ ΚΑΙ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
(ΟΜΑΔΑ Α΄)

ΚΑΙ ΜΑΘΗΜΑΤΩΝ ΕΙΔΙΚΟΤΗΤΑΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΠΕΜΠΤΗ 21 ΜΑΪΟΥ 2015  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

**ΗΜΕΡΗΣΙΑ**

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Για μία συνεχή συνάρτηση  $f$  να γράψετε τις τρεις κατηγορίες σημείων, τα οποία είναι πιθανές θέσεις τοπικών ακροτάτων.

**Μονάδες 6**

**A2.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η επικρατούσα τιμή μίας μεταβλητής είναι μοναδική.

(Μον. 2)

**β)** Έστω συνεχής συνάρτηση  $f: A \rightarrow \mathbb{R}$  και  $x_0$  ένα στάσιμο σημείο της  $f$  (δηλαδή  $f'(x_0) = 0$ ). Αν η  $f$  είναι δύο φορές παραγωγίσιμη στο  $x_0$ , τότε παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο  $x_0$  όταν  $f''(x_0) < 0$ .

(Μον. 2)

**γ)** Έστω συνάρτηση  $f$  συνεχής στο  $[a, \beta]$ . Τότε ισχύει:

$$\int_a^a f(x) dx = a, \text{ όπου } a \in \mathbb{R}^*$$

(Μον. 2)

**δ)** Αν οι συναρτήσεις  $f, g: A \rightarrow \mathbb{R}$  είναι παραγωγίσιμες στο πεδίο ορισμού τους  $A$ , τότε και η  $f \cdot g$  είναι παραγωγίσιμη στο  $A$  και ισχύει:

$$(f \cdot g)'(x) = f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)$$

(Μον. 2)

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

ε) Η σχετική συχνότητα τιμής  $x_i$  μίας μεταβλητής συμβολίζεται με  $f_i$  και ισχύει  $f_i = \frac{v_i}{v}$ .

(Μον. 2)

**Μονάδες 10**

**A3.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε:

α)  $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \dots$ , με  $\beta > \alpha > 0$

(Μον. 3)

β)  $(c)' = \dots$ , αν  $c$  σταθερά

(Μον. 3)

γ) Αν η μεταβλητή  $x$  παίρνει τις τιμές  $x_1, x_2, \dots, x_k$  με αντίστοιχες συχνότητες  $v_1, v_2, \dots, v_k$  τότε η μέση τιμή της μεταβλητής είναι:  $\bar{x} = \dots$

(Μον. 3)

**Μονάδες 9**

**ΘΕΜΑ Β**

Οι χρόνοι (σε λεπτά) 50 μαθητών της Γ΄τάξης ενός ΕΠΑ.Λ για να γράψουν ένα διαγώνισμα, δίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής:

| Χρόνος<br>σε λεπτά | Κέντρο<br>κλάσης<br>$\kappa_i$ | Συχνότητα<br>$v_i$ | Αθροιστική<br>Συχνότητα<br>$N_i$ | $\kappa_i \cdot v_i$ |
|--------------------|--------------------------------|--------------------|----------------------------------|----------------------|
| [5 – 15)           |                                | 20                 |                                  |                      |
| [15 – 25)          |                                |                    | 34                               |                      |
| [25 – 35)          |                                | 12                 |                                  |                      |
| [35 – 45)          |                                |                    |                                  |                      |
| <b>ΣΥΝΟΛΑ</b>      |                                | $v = 50$           |                                  |                      |

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Γ΄ ΗΜΕΡΗΣΙΩΝ

**B1.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να τον συμπληρώσετε σωστά.

**Μονάδες 7**

**B2.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  του χρόνου, που χρειάστηκαν οι μαθητές για να γράψουν το διαγώνισμα.

**Μονάδες 5**

**B3.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$  (Μον. 7) και την τυπική απόκλιση  $s$  της μεταβλητής (Μον. 2).

**Μονάδες 9**

**B4.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβλητότητας CV%.

**Μονάδες 4**

(Δίνεται:  $\sqrt{96} \approx 10$ )

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  με τύπο:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} & , \text{ αν } x > 2 \\ 4x + 4e^{x-2}, & \text{ αν } x \leq 2 \end{cases}$$

όπου  $\lambda \in \mathbb{R}^*$ .

**Γ1.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$$

**Μονάδες 4**

**Γ2.** Να βρείτε το:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

**Μονάδες 8**

**Γ3.** Να βρείτε για ποιές τιμές του  $\lambda$  η συνάρτηση είναι συνεχής στο  $x_0 = 2$ .

**Μονάδες 6**

**Γ4.** Για  $\lambda=1$  να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα  $\int_1^2 f(x)dx$ .

**Μονάδες 7**

**ΘΕΜΑ Δ**

Μία ομάδα περιβαλλοντολόγων εκτιμά ότι το βάρος  $B$  ( $B$  σε τόνους) ενός παγόβουνου μεταβάλλεται με τον χρόνο  $t$  ( $t$  σε έτη) σύμφωνα με τη συνάρτηση:

$$B(t) = -\frac{t^3}{3} + 2t^2 + 12t + 15, \quad 0 \leq t \leq 10$$

**Δ1.** Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου.

**Μονάδες 5**

**Δ2.** Ποιά χρονική στιγμή το βάρος του παγόβουνου γίνεται μέγιστο;

**Μονάδες 8**

**Δ3.** Να αποδείξετε ότι, αν  $t \in [6, 9]$ , τότε ισχύει:

$$B(9) \leq B(t) \leq B(6)$$

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Ποιά χρονική στιγμή ο ρυθμός μεταβολής του βάρους του παγόβουνου γίνεται μέγιστος;

**Μονάδες 7**

**ΟΔΗΓΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟΥΣ ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟΥΣ**

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). **Να μην αντιγράψετε** τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. **Δεν επιτρέπεται να γράψετε** καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε **στο τετράδιό σας** σε όλα τα θέματα, **μόνο με μπλε ή μαύρο στυλό ανεξίτηλης μελάνης**.
4. Κάθε απάντηση επιστημονικά τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
5. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
6. Ώρα δυνατής αποχώρησης: **10.00 π.μ.**

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ**

**ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

**ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ**