



ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ Α

A₁. α) Σχ. Βιβλίο σε. 65

β) Σχ. Βιβλίο σε. 65

γ) Σχ. Βιβλίο σε. 65

A₂. Σχ. Βιβλίο σε. 22

A₃. α) Σ β) Λ γ) Λ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

B₁. Έχουμε 5 παρατηρήσεις συνεπώς η διάμεσος είναι υπαρκτή παρατήρηση. Επομένως θα πρέπει: $4\alpha - 1 = 15 \Leftrightarrow 4\alpha = 16 \Leftrightarrow \alpha = 4$

B₂. Για $\alpha=4$ οι παρατηρήσεις είναι: 12, 14, 15, 16, 18

Η μέση τιμή είναι: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 t_i}{5} = \frac{12 + 14 + 15 + 16 + 18}{5} = \frac{75}{5} = 15$

Η διακύμανση είναι: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^5 (t_i - \bar{x})^2}{5} = \frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2}{5} = \frac{20}{5} = 4$

B₃. $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{4} = 2$

$C.V = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{2}{15} = 0,133 \approx 13,3\% > 10\%$ συνεπώς το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.



B4. Οι νέες παρατηρήσεις θα είναι της μορφής: $y_i = -2x_i + 5$

Από βασική εφαρμογή του σχολικού προκύπτει ότι:

$$\bar{y} = -2\bar{x} + 5 = -2 \cdot 15 + 5 = -25$$

$$s_y = |-2|s_x = 2 \cdot 2 = 4$$

$$C.V = \frac{s_y}{|\bar{y}|} = \frac{4}{25} = 0,16 = 16\%$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x) = 2x^3 - 3\kappa \cdot x^2 + \kappa$

$$f'(x) = 6x^2 - 6\kappa x$$

Για να είναι η εφαπτομένη παράλληλη στον $x'x$ θα πρέπει:

$$f'(1) = 0 \Leftrightarrow 6 \cdot 1 - 6\kappa = 0 \Leftrightarrow \boxed{\kappa = 1}$$

Γ2. Για $\kappa=1$ έχουμε:

$$f(x) = 2x^3 - 3 \cdot x^2 + 1$$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x$$

x	$-\infty$		$1/2$		$+\infty$
f''		-	○	+	
f'					

Επομένως ο ρυθμός μεταβολής γίνεται ελάχιστος για $x=1/2$.

Γ3. Η εξίσωση της εφαπτομένης είναι της μορφής: $(\epsilon): y = \alpha \cdot x + \beta$

$$\alpha = f''(-1) = 12 \cdot (-1) - 6 = -18$$

Συνεπώς: $(\epsilon): y = -18 \cdot x + \beta$

$$f'(-1) = 6 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot (-1) = 6 + 6 = 12, \text{ άρα το σημείο επαφής είναι: } (-1, 12) \text{ άρα:}$$

$$(-1, 12) \in (\epsilon) \text{ άρα: } 12 = -18 \cdot (-1) + \beta \Leftrightarrow 12 = 18 + \beta \Leftrightarrow \boxed{\beta = -6}$$

Συνεπώς η εξίσωση της εφαπτομένης είναι: $(\epsilon): y = -18 \cdot x - 6$



Δ1. $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018$

$$f'(x) = \frac{(x^2 + 4)'}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{2x}{2\sqrt{x^2 + 4}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$$

Δ2. $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f'	-	○	+
f			

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$

Η f παρουσιάζει (ολικό) ελάχιστο στο $x_0 = 0$ το $f(0) = \sqrt{0^2 + 4} + 2018 = 2020$

$$\begin{aligned} \Delta 3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4) \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4}) \cancel{x} \cdot \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}} - 2x}{x^2} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \cdot \sqrt{x^2 + 4} - 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x} \cdot (\sqrt{x^2 + 4} - 2)}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{x} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{x^2 + 4} - 2) \cdot (\sqrt{x^2 + 4} + 2)}{x \cdot (\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 + 4 - 4}{x \cdot (\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}}{\cancel{x} \cdot (\sqrt{x^2 + 4} + 2)} = \\ &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4} + 2} = \frac{0}{4} = 0 \end{aligned}$$