

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 28

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 87

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 22

A4. α. Λάθος, β. Σωστό, γ. Λάθος, δ. Σωστό, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Θεωρούμε τα ενδεχόμενα :

A = «Ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα ποδοσφαίρου»

B = «Ο μαθητής συμμετέχει στην ομάδα μπάσκετ»

Είναι $P(A) = 0,50$, $P(B') = 0,55$ και $P(A \cap B) = 0,25$

B1. $P(B) = 1 - P(B') = 1 - 0,55 = \boxed{0,45}$

B2. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,50 + 0,45 - 0,25 = 0,7$
 $P((A \cup B)') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 0,7 = \boxed{0,3}$

B3. $P((A - B) \cup (B - A)) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$
 $= 0,50 + 0,45 - 2 \cdot 0,25$
 $= 0,50 + 0,45 - 0,50 = \boxed{0,45}$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2f(x) - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \frac{x}{x^2 + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2x}{x^2 + 1} - \frac{x^2 + 1}{x^2 + 1}}{x - 1}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\frac{2x - x^2 - 1}{x^2 + 1}}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-x^2 + 2x - 1}{(x - 1)(x^2 + 1)}$
 $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{-(x - 1)^2}{(x - 1)(x^2 + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - x}{x^2 + 1} = \boxed{0}$



$$\begin{aligned}\Gamma 2. \quad f'(x) &= \left(\frac{x}{x^2 + 1} \right)' = \frac{(x)' \cdot (x^2 + 1) - x \cdot (x^2 + 1)'}{(x^2 + 1)^2} \\ &= \frac{1 \cdot (x^2 + 1) - x \cdot 2x}{(x^2 + 1)^2} = \frac{x^2 + 1 - 2x^2}{(x^2 + 1)^2} = \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2}\end{aligned}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - x^2}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'(x)	-	○	○	-
f(x)				

Τ.ε.λ.

Τ.μ.

Η f παρουσιάζει **τοπικό ελάχιστο** για $x = -1$ την τιμή

$$f(-1) = \frac{-1}{(-1)^2 + 1} = \frac{-1}{1 + 1} = \boxed{-\frac{1}{2}}$$

Η f παρουσιάζει **τοπικό μέγιστο** για $x = 1$ την τιμή

$$f(1) = \frac{1}{1^2 + 1} = \frac{1}{1 + 1} = \boxed{\frac{1}{2}}$$

$$\Gamma 3. \quad f(\sqrt{2}) = \frac{\sqrt{2}}{(\sqrt{2})^2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{2 + 1} = \frac{\sqrt{2}}{3} \text{ και}$$

$$\lambda = f'(\sqrt{2}) = \frac{1 - (\sqrt{2})^2}{[(\sqrt{2})^2 + 1]^2} = \frac{1 - 2}{(2 + 1)^2} = \frac{-1}{3^2} = -\frac{1}{9}$$

$$(\varepsilon) : y = \lambda x + \beta \Leftrightarrow (\varepsilon) : y = -\frac{1}{9}x + \beta$$

$$A \left(\sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{3} \right) \in (\varepsilon) \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{3} = -\frac{1}{9} \cdot \sqrt{2} + \beta \Leftrightarrow \beta = \frac{\sqrt{2}}{3} + \frac{\sqrt{2}}{9} \Leftrightarrow$$

$$\beta = \frac{3\sqrt{2}}{9} + \frac{\sqrt{2}}{9} \Leftrightarrow \beta = \frac{4\sqrt{2}}{9} \Rightarrow \boxed{(\varepsilon) : y = -\frac{1}{9}x + \frac{4\sqrt{2}}{9}}$$

$$\Gamma 4. f'(x) = 1 \Leftrightarrow \frac{1-x^2}{(x^2+1)^2} = 1 \Leftrightarrow (x^2+1)^2 = 1-x^2 \Leftrightarrow$$

$$x^4 + 2x^2 + 1 = 1 - x^2 \Leftrightarrow x^4 + 3x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2 \cdot (x^2 + 3) = 0 \Leftrightarrow$$

$$x^2 = 0 \text{ ή } \underbrace{x^2 + 3 = 0}_{\text{αδύνατη}} \Leftrightarrow x = 0$$

$$f(0) = \frac{0}{0^2 + 1} = \frac{0}{1} = 0, \text{ άρα}$$

στο $O(0, 0)$ η εφαπτομένη της C_f έχει συντελεστή διεύθυνσης 1.

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f_1\% = \frac{v_1}{v} \cdot 100\% \Leftrightarrow 10 = \frac{5}{v} \cdot 100 \Leftrightarrow 10v = 500 \Leftrightarrow \boxed{v = 50}$$

$$\sum v_i = v \Rightarrow 5 + 10 + v_3 + 10 + 5 = 50 \Leftrightarrow \boxed{v_3 = 20}$$

Δ2.

Κλάσεις	v_i	x_i	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}_A$	$(x_i - \bar{x}_A)^2$	$(x_i - \bar{x}_A)^2 v_i$
[10 , 12)	5	11	55	-4	16	80
[12 , 14)	10	13	130	-2	4	40
[14 , 16)	20	15	300	0	0	0
[16 , 18)	10	17	170	2	4	40
[18 , 20)	5	19	95	4	16	80
Σύνολα	50	-	750	-	-	240

$$\bar{x}_A = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{750}{50} \Rightarrow \boxed{\bar{x}_A = 15}$$

$$s_A^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_A)^2 \cdot v_i}{v} = \frac{240}{50} \Rightarrow \boxed{s_A^2 = 4,8}$$

Δ3. Για τους μαθητές που έγραψαν τουλάχιστον 12

Κλάσεις	v_i	x_i	$x_i v_i$
[12 , 14)	10	13	130
[14 , 16)	20	15	300
[16 , 18)	10	17	170
[18 , 20)	5	19	95
Σύνολα	45	-	695

$$\bar{x}_A' = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{695}{45} \Rightarrow \boxed{\bar{x}_A' \cong 15,44}$$

Δ4. Για τους μαθητές του σχολείου B

Κλάσεις	v_i	x_i	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}_B$	$(x_i - \bar{x}_B)^2$	$(x_i - \bar{x}_B)^2 v_i$
[10 , 12)	15	11	165	-4	16	240
[12 , 14)	30	13	390	-2	4	120
[14 , 16)	60	15	900	0	0	0
[16 , 18)	30	17	510	2	4	120
[18 , 20)	15	19	285	4	16	240
Σύνολα	150	-	2250	-	-	720

$$\bar{x}_B = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{2250}{150} \Rightarrow \boxed{\bar{x}_B = 15}$$

$$s_B^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x}_B)^2 \cdot v_i}{v} = \frac{720}{150} \Rightarrow \boxed{s_B^2 = 4,8}$$