



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΤΕΤΑΡΤΗ 12 ΙΟΥΝΙΟΥ 2019

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

A1. β

A2. γ

A3. α

A4. γ

A5. α. Λάθος,
β. Σωστό,
γ. Λάθος,
δ. Σωστό,
ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

B1. α. Σωστή απάντηση είναι η ii.

β. Θέση ισορροπίας: $N = 60$ φορές, άρα $N_{\text{ταλ}} = 30$, $\Delta t = 30\text{s}$

$$f = \frac{N_{\text{ταλ}}}{\Delta t} = \frac{30}{30\text{s}} = 1 \text{ Hz}$$

$$x_r = u \cdot t = \frac{\lambda}{T} \cdot 2T = 2\lambda \Rightarrow 2\lambda = 0,4 \Rightarrow \lambda = 0,2\text{m}$$

$$u_{\text{max}} = A \cdot \omega = 0,1 \cdot 2\pi \cdot 1 \Rightarrow u_{\text{max}} = 0,2 \cdot \pi \text{ m/s}$$

$$u = \lambda \cdot f = 0,2 \cdot 1 \Rightarrow u = 0,2 \text{ m/s}$$

$$\frac{u_{\text{max}}}{u} = \frac{0,2 \cdot \pi}{0,2} = \pi \text{ m/s}$$



B2. α. Σωστή απάντηση είναι η iii.

β. Εφαρμόζουμε την εξίσωση της συνέχειας για τα σημεία (1) και (2):

$$A_1 u_1 = A_2 u_2 \rightarrow 2A_2 u_1 = A_2 u_2 \rightarrow u_2 = 2u_1 \quad (1).$$

Εφαρμόζουμε την εξίσωση του Bernoulli για τα σημεία (1) και (2) που ανήκουν στην ίδια ρευματική γραμμή:

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \quad (2).$$

Στον οριζόντιο σωλήνα η ροή είναι οριζόντια και οι ρευματικές γραμμές παράλληλες και οριζόντιες, άρα στον κατακόρυφο σωλήνα το νερό δεν επιταχύνεται δηλαδή ισορροπεί. Έτσι για την πίεση στο σημείο 1 θα ισχύει:

$$p_1 = p_{\text{atm}} + \rho gh.$$

Από την (2) παίρνουμε:

$$p_{\text{atm}} + \rho gh + \frac{1}{2} \rho u_1^2 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho u_2^2 \Rightarrow 2gh + u_1^2 = u_2^2 \quad \Rightarrow \quad u_1 = \frac{u_2}{2}$$

$$2gh = \frac{3u_2^2}{4} \Rightarrow u_2^2 = \frac{8gh}{3} \Rightarrow u_2 = \sqrt{\frac{8gh}{3}} \quad (3)$$

Εφαρμόζοντας Bernoulli για μια ρευματική γραμμή από την επιφάνεια του υγρού στο δοχείο έως την οπή Z παίρνουμε:

$$p_{\text{atm}} + \rho gH + 0 = p_{\text{atm}} + \frac{1}{2} \rho u_3^2 \Rightarrow 2gH = u_3^2 \Rightarrow u_3 = \sqrt{2gH} \quad (4)$$

Επειδή η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού στο δοχείο σταθεροποιείται σε ύψος H οι παροχές στο στόμιο Γ του σωλήνα και στην οπή Z είναι ίσες, δηλαδή:

$$\Pi_\Gamma = \Pi_Z \Rightarrow A_2 u_2 = A_3 u_3 \quad \begin{matrix} A_3 = \frac{A_2}{2} \\ \Rightarrow (3),(4) \end{matrix} \Rightarrow A_2 \sqrt{\frac{8gh}{3}} = \frac{A_2}{2} \sqrt{2gH} \Rightarrow$$

$$4 \frac{8gh}{3} = 2gH \Rightarrow \frac{h}{H} = \frac{3}{16}$$



B3. α. Σωστή απάντηση είναι η i.

β. Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για τη ράβδο από την οριζόντια θέση ΟΑ ως την κατακόρυφη θέση ΟΔ:

$$K_{\text{τελ}} - K_{\text{αρχ}} = W_F \Rightarrow$$

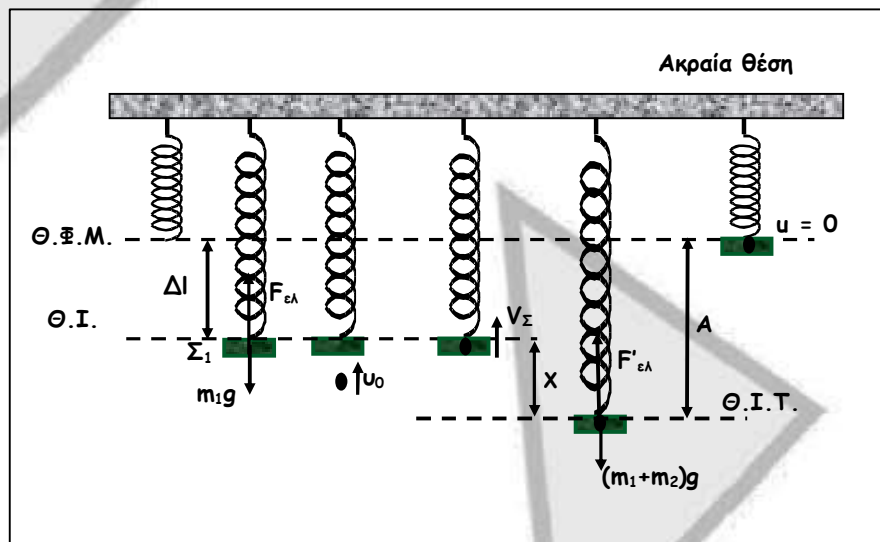
$$\frac{1}{2} \cdot I_{\text{ράβδου}} \cdot \omega^2 = \tau_F \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot ML^2 \cdot \omega^2 = F \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{\pi}{2} \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{3 \cdot 9\pi \cdot \pi}{3} \Rightarrow$$

$$\omega^2 = 9\pi^2 \Rightarrow \omega = \sqrt{9\pi^2} \Rightarrow \omega = 3\pi \text{ rad/s}$$

ΘΕΜΑ Γ





Γ1. Εφαρμόζοντας συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι. του σώματος Σ_1 έχουμε:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F_{\varepsilon\lambda} = m_1 g \Rightarrow k \Delta l = m_1 g \Rightarrow k = \frac{m_1 g}{\Delta l} = \frac{10}{0,05} \Rightarrow$$

$$k = 200 \text{ N/m.}$$

Στη θέση ισορροπίας (ΘΙΤ) του συσσωματώματος ισχύει:

$$\Sigma \vec{F} = 0 \Rightarrow F'_{\varepsilon\lambda} = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$$

$$k (\Delta l + x) = (m_1 + m_2)g \Rightarrow$$

$$10 + 200x = 20 \Rightarrow$$

$$200x = 10 \Rightarrow$$

$$x = 0,05 \text{ m.}$$

Άρα το πλάτος της ταλάντωσης που εκτελεί το συσσωμάτωμα (απόσταση της ΘΦΜ του ελατηρίου από την ΘΙ του συσσωματώματος) είναι:

$$A = \Delta l + x = 0,1 \text{ m.}$$

Γ2. Εφαρμόζω ΑΔΕΤ για την ΑΑΤ του συσσωματώματος στη θέση κρούσης:

$$K + U = E_{ολ} \Rightarrow \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_{\Sigma}^2 + \frac{1}{2}k x^2 = \frac{1}{2}k A^2 \Rightarrow V_{\Sigma} = \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ m/s.}$$

Εφαρμόζουμε την Α.Δ.Ο. για την πλαστική κρούση

$$\vec{p}_{\alpha\rho\chi}^{\text{συστ}} = \vec{p}_{\tau\epsilon\lambda}^{\text{συστ}} \Rightarrow m_2 u_0 = (m_1 + m_2) V_{\Sigma} \Rightarrow u_0 = \sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\textbf{Γ3. } K_{\text{πριν}} = \frac{1}{2}m_2 u_0^2 \Rightarrow \textbf{K}_2 = 1,5 \text{ J.}$$

$$K_{\text{μετά}} = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)V_{\Sigma}^2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot \frac{3}{4} = 0,75 \text{ J}$$

Κατά τη διάρκεια της κρούσης δεν μεταβάλλεται η δυναμική ενέργεια του συστήματος

$$\Delta E\% = \frac{Q}{K_{\text{πριν}}} 100\% = \frac{0,75}{1,5} 100\% = 50\%$$



Γ4. Το συσσωμάτωμα κάνει ΑΑΤ με

$$D = k = (m_1 + m_2)\omega^2 \Rightarrow$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m_1 + m_2}} \Rightarrow$$

$$\omega = 10 \text{ rad/s}$$

και πλάτος $A = 0,1 \text{ m}$.

Το συσσωμάτωμα τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ βρίσκεται στη θέση με απομάκρυνση $x = 0,05 \text{ m}$ και η ταχύτητα του είναι θετική ($v_\Sigma > 0$)

Άρα έχει αρχική φάση την οποία υπολογίζουμε ως εξής:

Θέτουμε στην εξίσωση της απομάκρυνσης $t_0 = 0$ και $x = 0,05 \text{ m}$.

Έτσι η εξίσωση γίνεται:

$$0,05 = 0,1 \eta\mu(\omega \cdot 0 + \varphi_0) \Rightarrow$$

$$0,05 = 0,1 \eta\mu\varphi_0 \Rightarrow$$

$$\eta\mu\varphi_0 = \frac{1}{2} = \eta\mu\frac{\pi}{6}$$

Γράφουμε τις λύσεις της τριγωνομετρικής εξίσωσης:

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{\pi}{6} \quad (1) \text{ και}$$

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi + \pi - \frac{\pi}{6} = 2\kappa\pi + \frac{5\pi}{6} \quad (\kappa \in \mathbb{Z}) \quad (2)$$

$$\text{με } 0 \leq \varphi_0 < 2\pi$$

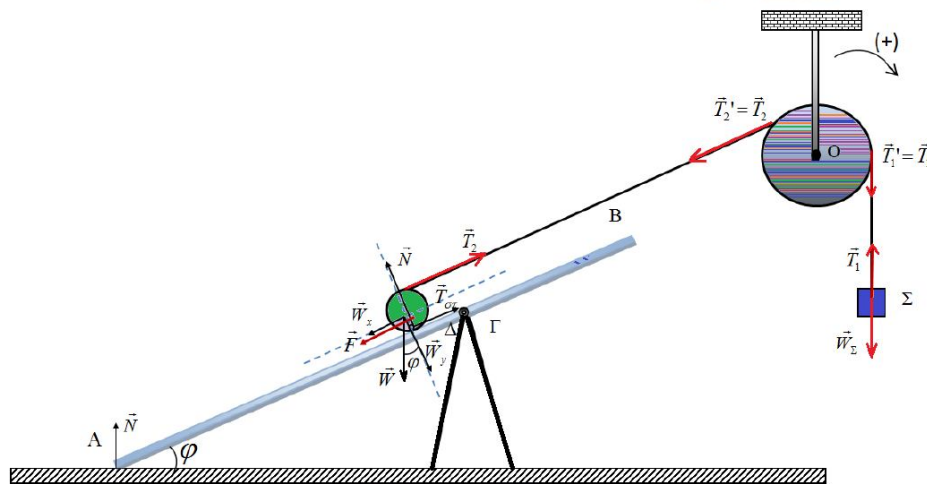
$$\text{Για } \kappa = 0: (1) \Rightarrow \varphi_0 = \frac{\pi}{6} \text{ rad.}$$

$$\text{Επειδή } u = u_{\max} \sin\frac{\pi}{6} > 0 \text{ δεκτή}$$

Άρα η εξίσωση της ταχύτητας της απομάκρυνσης σε συνάρτηση με το χρόνο γράφεται:

$$x = 0,1 \eta\mu\left(10t + \frac{\pi}{6}\right) \quad (\text{S.I.})$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1. Εφαρμόζοντας συνθήκες ισορροπίας για το σώμα (Σ), τη τροχαλία και το κύλινδρο προκύπτει:

Για το κύλινδρο :

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow T_2 + T_{\sigma\tau} = w_x + F \Rightarrow T_2 + T_{\sigma\tau} = m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi + F \Rightarrow$$

$$T_2 + T_{\sigma\tau} = 2 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} + F \Rightarrow T_2 + T_{\sigma\tau} = 10 + F \quad (1)$$

$$\Sigma T_K = 0 \Rightarrow T_2 R - T_{\sigma\tau} R = 0 \Rightarrow T_{\sigma\tau} = T_2 \quad (2)$$

$$(1) \stackrel{(2)}{\Rightarrow} 2T_2 = 10 + F \quad (3)$$

Για την τροχαλία έχουμε:

$$\Sigma T_{(O)} = 0 \Rightarrow T_1' R_T - T_2' R_T = 0 \Rightarrow T_1' = T_2' \quad (4)$$

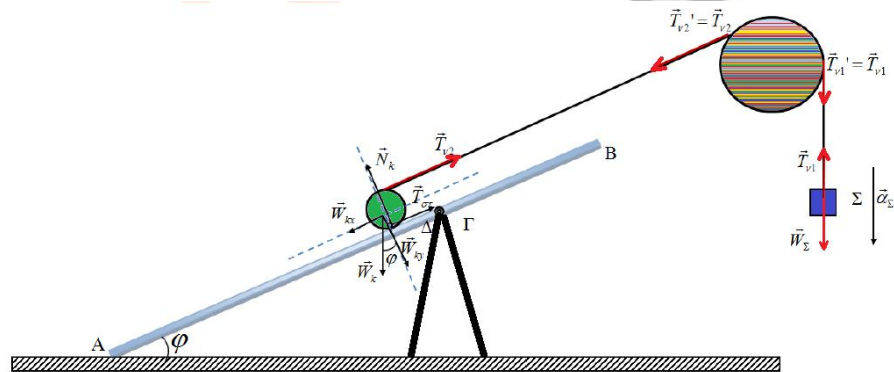
Για το σώμα (Σ) έχουμε:

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow T_1 = w = 20 \text{ N}$$

$$(4) \Rightarrow T_2 = 20 \text{ N}$$

$$(2) \Rightarrow T_{\sigma\tau} = 20 \text{ N}$$

$$(3) \Rightarrow F = 30 \text{ N}$$



$$\Delta 2. h = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot t^2 \Rightarrow 0,18 = \frac{1}{2} \cdot \alpha \cdot 0,3^2 \Rightarrow 0,36 = 0,09\alpha \Rightarrow \alpha = 4 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Είναι } \alpha = 4 \text{ m/sec}^2 \text{ και } a_{\text{cm}} = \frac{\alpha}{2} = 2 \text{ m/sec}^2$$

$$\Delta 3. \Sigma T_K = I_{\text{cm}} a_{Y_K} \Rightarrow T_2 \cdot R_K - T_{\text{στ}}' \cdot R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \frac{a_{\text{cm}}}{R_K} \Rightarrow T_2 - T_{\text{στ}}' = 2 \quad (5)$$

$$\Sigma F_x = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow T_2 + T_{\text{στ}}' - M_K \cdot g \cdot \eta \mu \phi = M \cdot a_{\text{cm}} \Rightarrow T_2 + T_{\text{στ}}' = 14 \quad (6)$$

$$(5), (6) \stackrel{(+)}{\Rightarrow} 2T_2 = 16 \Rightarrow T_2 = 8 \text{ N}$$

$$(6) \stackrel{T_2 = 8 \text{ N}}{\Rightarrow} 8 + T_{\text{στ}}' = 14 \Rightarrow T_{\text{στ}}' = 6 \text{ N}$$

$$\Delta 4. u_{\text{cm}} = a_{\text{cm}} t_1 = u_0 \Rightarrow u_0 = 1 \text{ m/sec}$$

ΘΝΜΚ

$$\Sigma F_x = M a_{\text{cm}}' \Rightarrow T_{\text{στ}}'' - w_x = M a_{\text{cm}}' \Rightarrow T_{\text{στ}}'' = 10 + 2a_{\text{cm}}' \quad (7)$$

ΘΝΣΚ

$$\Sigma T = I_{\text{cmK}} a_{Y_K}' \Rightarrow -T_{\text{στ}}'' R_K = \frac{1}{2} M_K R_K^2 \frac{a_{\text{cm}}'}{R_K} \stackrel{(7)}{\Rightarrow} -10 - 2a_{\text{cm}}' = a_{\text{cm}}' \Rightarrow$$

$$a_{\text{cm}}' = -\frac{10}{3} \text{ m/sec}^2$$

Ο κύλινδρος θα σταματήσει όταν $u_{\text{cm}} = 0$

$$u_{\text{cm}} = u_0 - |a_{\text{cm}}'| \Delta t \Rightarrow 0 = 1 - \frac{10}{3} \Delta t \Rightarrow \Delta t = 0,3 \text{ sec}$$

$$t_3 = t_2 + \Delta t = 0,5 + 0,3 = 0,8 \text{ sec}$$