



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 19 ΙΟΥΝΙΟΥ 2017
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ
ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο σελίδα 31

A2. Σχολικό βιβλίο σελίδα 14

A3. Σχολικό βιβλίο σελίδα 72

A4. α. Σωστό, β. Λάθος, γ. Λάθος, δ. Σωστό, ε. Λάθος.

ΘΕΜΑ Β

B1. $D_f = D_g = \mathbb{R}$

$$D_h = D_f \cap D_g = \mathbb{R}$$

$$h(x) = f(x) + g(x) = x^2 - 6x + 9 + x - 3 = x^2 - 5x + 6$$

B2. $D_\varphi = \{x \in (D_f \cap D_g) \text{ και } g(x) \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} \text{ και } x \neq 3\} = \mathbb{R} - \{3\}$

$$\varphi(x) = \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3} = \frac{(x-3)^2}{\cancel{x-3}} = x - 3$$

$$\begin{aligned} \text{B3. α. } \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{h(x)} &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-2}{x^2-5x+6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\cancel{x-2}}{(\cancel{x-2}) \cdot (x-3)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-3} = \frac{1}{2-3} = \frac{1}{-1} = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{β. } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{h(x)}{\varphi(x)} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2-5x+6}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-2) \cdot (\cancel{x-3})}{\cancel{x-3}} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} (x-2) = 3-2 = 1 \end{aligned}$$



ΘΕΜΑ Γ

x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 v_i$
1	2	2	-3	9	18
3	3	9	-1	1	3
5	4	20	1	1	4
9	1	9	5	25	25
Σύνολα	10	40	-	-	50

$$\Gamma 1. \alpha. \bar{x} = \frac{\sum x_i v_i}{v} = \frac{40}{10} = 4$$

β. Γράφω τις παρατηρήσεις με αύξουσα σειρά :

1, 1, 3, 3, 3, 5, 5, 5, 5, 9

Οι δύο μεσαίες παρατηρήσεις είναι 3 και 5, άρα $\delta = \frac{3+5}{2} = 4$

$$\gamma. s^2 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot v_i}{v} = \frac{50}{10} = 5$$

$$\Gamma 2. s = \sqrt{s^2} = \sqrt{5}$$

$$CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{\sqrt{5}}{4} \cdot 100\% = 25\sqrt{5}\% > 10\%$$

άρα το δείγμα δεν είναι ομοιογενές.



ΘΕΜΑ Δ

Δ1. α. $f'(x) = (x^2 - x + 1)' = 2x - 1$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2x - 1 = 0 \Leftrightarrow 2x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$$

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$	-	○	+
$f(x)$	↘		↗

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, \frac{1}{2}]$, ενώ είναι γνησίως αύξουσα στο $[\frac{1}{2}, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο για $x = \frac{1}{2}$ την τιμή

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + 1 = \frac{1}{4} - \frac{2}{4} + \frac{4}{4} = \frac{3}{4}$$

Δ2. $f(2) = 3$ και $\lambda = f'(2) = 3$

$$\left. \begin{aligned} (\varepsilon) : y = \lambda x + \beta &\Leftrightarrow (\varepsilon) : y = 3x + \beta \\ A(2, 3) \in (\varepsilon) &\Leftrightarrow 3 = 6 + \beta \Leftrightarrow \beta = -3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (\varepsilon) : y = 3x - 3$$

Δ3. $(\varepsilon) : y = 3x - 3$

• $x'x : y = 0 \Rightarrow 0 = 3x - 3 \Leftrightarrow 3x = 3 \Leftrightarrow x = 1 \rightarrow \mathbf{B(1, 0)}$

• $y'y : x = 0 \Rightarrow y = 3 \cdot 0 - 3 \Leftrightarrow y = -3 \rightarrow \mathbf{\Gamma(0, -3)}$

$$\begin{aligned} \Delta 4. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{f(x)} - 1}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 - x + 1})^2 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x + 1 - 1}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \cdot (x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{\sqrt{x^2 - x + 1} + 1} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$