

ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ 21/5/15

ΘΕΜΑ Α

- A1.** (i) Τα άκρα των διαστημάτων που αποτελούν τα άκρα του πεδίου ορισμού της συνάρτησης.
 (ii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης στα οποία δεν υπάρχει η παράγωγος της συνάρτησης. Τα σημεία αυτά καλούνται γωνιακά σημεία της f .
 (iii) Τα εσωτερικά σημεία του πεδίου ορισμού της συνάρτησης στα οποία υπάρχει η παράγωγος της f και είναι ίση με μηδέν. Τα σημεία αυτά καλούνται στάσιμα σημεία της f .

- A2.** $\alpha \rightarrow \Lambda$
 $\beta \rightarrow \Sigma$
 $\gamma \rightarrow \Lambda$
 $\delta \rightarrow \Lambda$
 $\varepsilon \rightarrow \Sigma$

- A3.** α) $\int_{\alpha}^{\beta} \frac{1}{x} dx = \left[\ln|x| \right]_{\alpha}^{\beta}$
 β) $(c)' = 0$
 γ) $\bar{x} = \frac{v_1 x_1 + v_2 x_2 + \dots + v_k x_k}{v}$

ΘΕΜΑ Β**B1.**

x_i	K_i	v_i	N_i	$K_i v_i$	$\bar{x} - K_i$	$(\bar{x} - K_i)^2$	$v_i (\bar{x} - K_i)^2$
[5,15)	10	20	20	200	10	100	2000
[15,25)	20	14	34	280	0	0	0
[25,35)	30	12	46	360	-10	100	1200
[35,45)	40	4	50	160	-20	400	1600
Σύνολα	---	50	---	1000	---	---	4800

$$v_2 = N_2 - N_1 = 34 - 20 = 14$$

$$v_4 = v - (v_1 + v_2 + v_3) = 50 - 46 = 4$$

$$\text{B2.} \quad \bar{x} = \frac{1000}{50} = 20$$

$$\text{B3.} \quad s^2 = \frac{4800}{50} = 96 \quad s = \sqrt{s^2} = \sqrt{96} \approx 10$$

$$\text{B4.} \quad CV = \frac{s}{\bar{x}} \cdot 100\% = \frac{10}{20} \cdot 100\% = 50\%$$

ΘΕΜΑ Γ

$$\text{Γ1.} \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (4x + 4e^{x-2}) = 4 \cdot 2 + 4e^{2-2} = 8 + 4e^0 = 8 + 4 = 12$$

$$\text{Γ2.} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^3 - 8}{\lambda x - 2\lambda} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\overset{0}{x^3 - 8}}{\overset{0}{\lambda(x - 2)}} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{\lambda(x-2)} = \frac{2^2 + 2 \cdot 2 + 4}{\lambda} = \frac{12}{\lambda}$$

$$\text{Γ3.} \quad \text{Η } f \text{ συνεχής στο } x = 2 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2)$$

$$\text{Άρα } \frac{12}{\lambda} = 12 \Leftrightarrow 12\lambda = 12 \Leftrightarrow \lambda = 1$$

Γ4. Το ολοκλήρωμα υπολογίζεται από τον 2^ο κλάδο:

$$\begin{aligned} \int_1^2 f(x) dx &= \int_1^2 (4x + 4e^{x-2}) dx = \int_1^2 4x dx + 4 \int_1^2 e^{x-2} dx = \left[2x^2 \right]_1^2 + 4 \int_1^2 (x-2)' e^{x-2} dx = \\ &= 2 \cdot 2^2 - 2 \cdot 1^2 + 4 \left[e^{x-2} \right]_1^2 = 8 - 2 + 4(e^{2-2} - e^{1-2}) = 6 + 4(e^0 - e^{-1}) = \\ &= 6 + 4 \left(1 - \frac{1}{e} \right) = 6 + 4 - \frac{4}{e} = 10 - \frac{4}{e} \end{aligned}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $B'(t) = \left(-\frac{t^3}{3}\right)' + (2t^2)' + (12t)' + (15)' = -t^2 + 4t + 12$ $\frac{\text{τόνους}}{\text{έτος}}$

Δ2. $B'(t) = 0 \Leftrightarrow -t^2 + 4t + 12 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = -2 \\ t = 6 \end{cases}$

t	$-\infty$	-2	0	6	10	$+\infty$
B'(t)	0		+	0	-	
B(t)			□	□		
	T.E.		T.M.	T.E.		

Για $t = 6$ έτη το βάρος γίνεται μέγιστο.

Δ3. Από τον πίνακα έχουμε ότι στο $[6,9]$ η $B(t)$ είναι γνησίως φθίνουσα
 $6 \leq t \leq 9 \Rightarrow B(6) \geq B(t) \geq B(9)$

Δ4. $B''(t) = (-t^2)' + (4t)' + (12)' = -2t + 4$ $\frac{\text{τόνους}}{\text{έτος}^2}$
 $B''(t) = 0 \Leftrightarrow -2t + 4 = 0 \Leftrightarrow t = 2$

t	0	2	10
B''(t)	+	0	-
B'(t)	□	□	
	T.E.	T.M.	T.E.

Ο ρυθμός μεταβολής του βάρους γίνεται μέγιστος για $t = 2$ έτη.