



ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
Δ' ΤΑΞΗΣ ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΗ ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. α

Α4. α

Α5. α. Σωστό, β. Λάθος, γ. Λάθος, δ. Λάθος, ε. Σωστό.

ΘΕΜΑ Β

Β1. α. Σωστή απάντηση είναι η ii.

β. Σε κατάσταση ισορροπίας $P_1 = P_2 \Rightarrow$

$$\cancel{P_{ATM}} + \frac{F}{A_1} = \cancel{P_{ATM}} + \frac{W}{A_2} + \rho \cdot g \cdot h \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W + \rho \cdot g \cdot h \cdot A_2}{A_2}$$

Β2. α. Σωστή απάντηση είναι η ii.

β. Ενισχυτική υπερβολή σε αμέσως επόμενη αναιρετική υπερβολή.
Δεν αλλάζει το N , δηλαδή $N = N'$.

$$x = x_1 : (ΠΒΣ) - (ΠΑΣ) = N \cdot \lambda \quad (1)$$

$$x = x_2 : (ΠΒ'Σ) - (ΠΑΣ) = (2N + 1) \cdot \lambda / 2 = N \cdot \lambda + \lambda / 2 \quad (2)$$

$$\text{Έστω } (ΠΑΣ) = r_1, (ΠΒΣ) = r_2 \text{ και } (ΠΒ'Σ) = r_2'$$

$$\text{Είναι } r_2 - r_1 = 2x_1 \stackrel{(1)}{\Rightarrow} 2x_1 = N \cdot \lambda \quad (3)$$

$$\text{Είναι } r_2' - r_1 = 2x_2 \stackrel{(2)}{\Rightarrow} 2x_2 = N \cdot \lambda + \frac{\lambda}{2} \quad (4)$$

$$\text{Από } (3), (4) \Rightarrow 2x_2 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \stackrel{x_2 = x_1 + 4}{\Rightarrow} 2(x_1 + 4) - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow$$

$$2x_1 + 8 - 2x_1 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow 8 = \frac{\lambda}{2} \Rightarrow \boxed{\lambda = 16 \text{ cm}}$$



B3. α. Σωστή απάντηση είναι η ι.

β. Επειδή η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού σταθεροποιείται σε ύψος H , η παροχή της βρύσης είναι ίση με την παροχή της οπής, δηλαδή $\Pi_{BP} = \Pi_{ΟΠΗΣ}$.

Επειδή η λεπτή φλέβα διέρχεται οριακά από το άκρο Z της ράβδου ισχύει $(EZ) = u_0 \cdot t_1 \Rightarrow \frac{S}{2} = u_0 \cdot t_1$

$\Pi_{BP} = \Pi_{ΟΠΗΣ} = A \cdot u_0$, όπου $u_0 = \sqrt{2g \cdot (H - h_1)}$ από θ. Torricelli (εφαρμογή θ. Bernoulli) διότι το εμβαδόν διατομής της A είναι πολύ μικρότερο από το εμβαδόν της ελεύθερης επιφάνειας του νερού και η ελεύθερη επιφάνεια είναι σταθεροποιημένη.

$$\left. \begin{aligned} \text{Ισχύει } S &= u_0 \cdot t_{καθ} = u_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \text{ και} \\ \frac{S}{2} &= u_0 \cdot t_1 = u_0 \cdot \sqrt{\frac{2d}{g}} \stackrel{d=OE=h_1-h_2}{=} u_0 \cdot \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{S}{\frac{S}{2}} = \frac{u_0 \cdot \sqrt{\frac{2h_1}{g}}}{u_0 \cdot \sqrt{\frac{2d}{g}}} \Rightarrow 2 = \sqrt{\frac{h_1}{h_1 - h_2}} \Rightarrow 4 = \frac{h_1}{h_1 - h_2} \Rightarrow$$

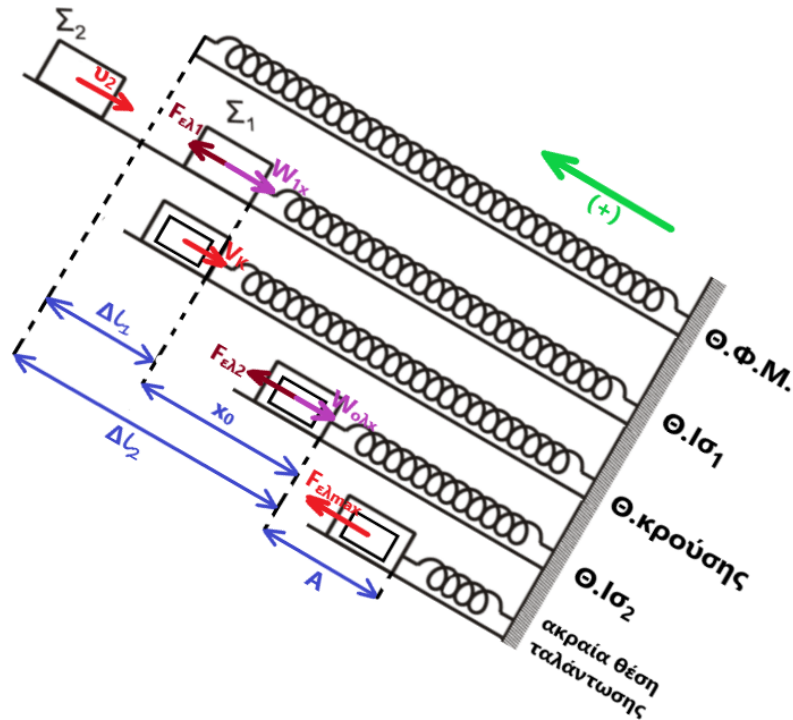
$$4h_1 - 4h_2 = h_1 \Rightarrow 3h_1 = 4h_2 \Rightarrow 3h_1 = 4 \cdot \frac{21H}{32} \Rightarrow h_1 = \frac{7H}{8}$$

$$\text{Άρα } \Pi_{BP} = A \cdot u_0 = A \cdot \sqrt{2g \cdot (H - h_1)} = A \cdot \sqrt{2g \cdot \left(H - \frac{7H}{8}\right)}$$

$$= A \cdot \sqrt{2g \cdot \frac{H}{8}} = A \cdot \sqrt{\frac{g \cdot H}{4}} = \frac{A}{2} \cdot \sqrt{g \cdot H}$$



ΘΕΜΑ Γ



$$\Gamma 1. \text{ΘΜΚΕ } (\Sigma_2) : K_T - K_A = W_{w2} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} m_2 \cdot u_2^2 - 0 = m_2 \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot s \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot u_2^2 = 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,3 \Rightarrow u_2^2 = 3 \Rightarrow u_2 = -\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$\text{ΑΔΟ} : \vec{p}_\Pi = \vec{p}_M \Rightarrow m_2 \cdot u_2 + 0 = (m_1 + m_2) \cdot v_K \Rightarrow$$

$$3 \cdot (-\sqrt{3}) = 4v_K \Rightarrow v_K = \frac{-3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow$$

$$|v_K| = \frac{3\sqrt{3}}{4} \text{ m/s}$$



Γ2.

$$\left. \begin{aligned} \Delta \ell_1 &= \frac{m_1 \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ}{k} \Rightarrow \Delta \ell_1 = \frac{1}{20} \text{ m} \\ \Delta \ell_2 &= \frac{m_{\text{ολ}} \cdot g \cdot \eta \mu 30^\circ}{k} \Rightarrow \Delta \ell_2 = \frac{4}{20} \text{ m} \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_0 = \Delta \ell_2 - \Delta \ell_1 = \frac{3}{20} \text{ m}$$

$$\text{ΑΔΕΤ : } E = K + U \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot k \cdot A^2 = \frac{1}{2} \cdot m_{\text{ολ}} \cdot v_{\text{κ}}^2 + \frac{1}{2} \cdot k \cdot x_0^2 \Rightarrow$$

$$A^2 = \frac{9}{100} \Rightarrow \mathbf{A = 0,3 \text{ m}}$$

Γ3. Συνθήκη, $t_0 = 0$, $x_0 = +\frac{A}{2}$, $u < 0$, άρα

$$x = A \cdot \eta \mu(\omega t + \varphi_0) \Rightarrow \frac{A}{2} = A \cdot \eta \mu \varphi_0 \Rightarrow \eta \mu \varphi_0 = \eta \mu \frac{\pi}{6} \Rightarrow$$

$$\varphi_0 = \frac{\pi}{6}, u > 0 \text{ ή } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}, u < 0$$

$$\text{Επειδή } u < 0, \text{ θα είναι } \varphi_0 = \frac{5\pi}{6}$$

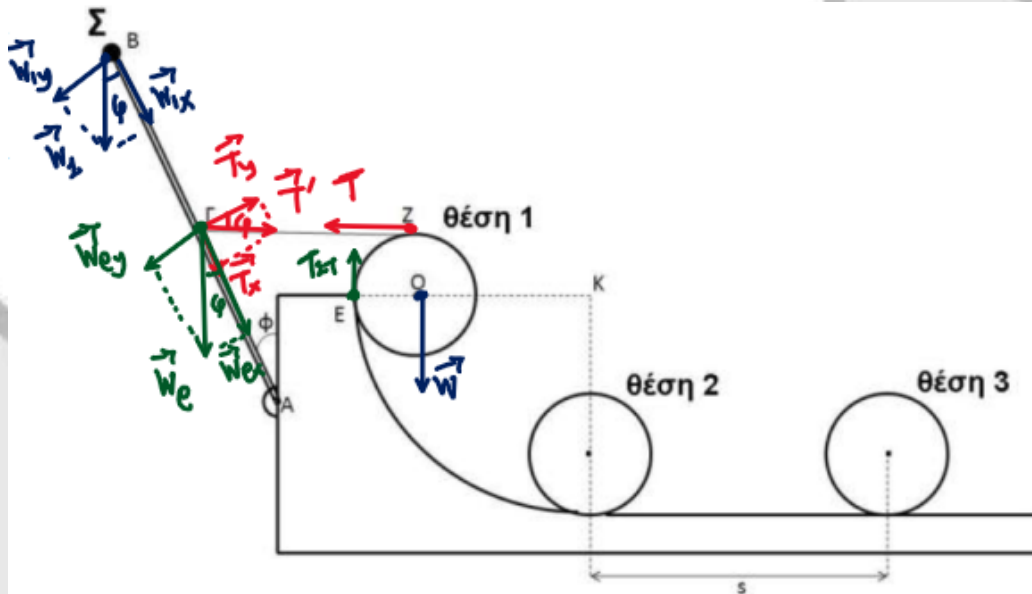
$$\omega = \sqrt{\frac{K}{m_{\text{ολ}}}} \Rightarrow \omega = 5 \text{ r/s και}$$

$$\boxed{x = 0,3 \cdot \eta \mu\left(5t + \frac{5\pi}{6}\right) \text{ (SI)}}$$

$$\text{Γ4. } |F_{E\wedge\text{max}}| = |k \cdot (\Delta \ell_2 + A)| = |100 \cdot (0,2 + 0,3)| = 50 \text{ N}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Η ράβδος ισορροπεί άρα $\sum \tau_A = 0 \Rightarrow$

$$m \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot L + M_1 \cdot g \cdot \eta \mu \phi \cdot \frac{L}{2} - T' \cdot \sigma \upsilon \nu \phi \cdot \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$1 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 1 + 6 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2} - T' \cdot 0,8 \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$6 + 18 - 0,4T' = 0 \Rightarrow 0,4T' = 24 \Rightarrow$$

$$T' = \frac{24}{0,4} \Rightarrow T' = 60\text{N}$$

Νήμα αβαρές και μη εκτατό, άρα $T' = T \Rightarrow \boxed{T = 60\text{N}}$

Ο δίσκος ισορροπεί άρα :

$$\sum T_0 = 0 \Rightarrow T \cdot R - T_{\Sigma T} \cdot R = 0 \Rightarrow T = T_{\Sigma T} = 60 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow M_2 \cdot g = T_{\Sigma T} \Rightarrow M_2 = \frac{T_{\Sigma T}}{g} \Rightarrow \boxed{M_2 = 6 \text{ Kg}}$$

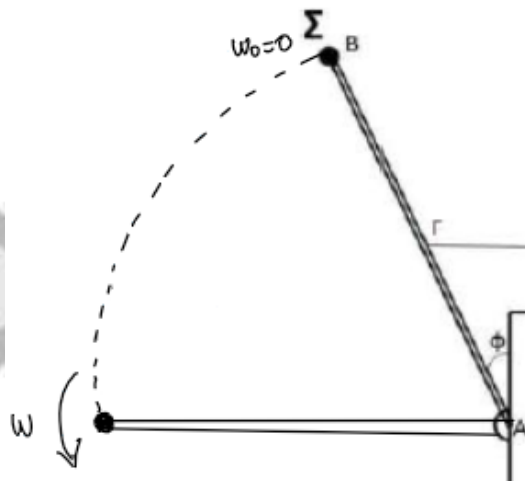


$$\Delta 2. I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} = I_{\rho \alpha \beta} + I_M = \frac{1}{3} \cdot M_1 \cdot L^2 + m_1 \cdot g \cdot L^2 \Rightarrow I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} = 3 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

$$\sum \tau_A = I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} \cdot \alpha_Y \Rightarrow M_1 \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot \frac{L}{2} + m \cdot g \cdot \eta \mu \varphi \cdot L = I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} \cdot \alpha_Y \Rightarrow$$

$$6 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot \frac{1}{2} + 1 \cdot 10 \cdot 0,6 \cdot 1 = 3 \cdot \alpha_Y \Rightarrow 3 \alpha_Y = 24 \Rightarrow \boxed{\alpha_Y = 8 \text{ r/s}^2}$$

Δ3.



$$\Theta \text{ΜΚΕ } K_{\text{ΤΕΛ}} - K_{\text{ΑΡΧ}} = W_{w\ell} + W_{w1} \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} \cdot \omega^2 - 0 = M_1 \cdot g \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma \upsilon \nu \varphi + m \cdot g \cdot \ell \cdot \eta \mu \varphi \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot \omega^2 = 6 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0,8 + 1 \cdot 10 \cdot 1 \cdot 0,8 \Rightarrow \frac{3}{2} \omega^2 = 24 + 8 \Rightarrow$$

$$\omega^2 = \frac{64}{3} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{64}{3}} \Rightarrow \omega = \frac{8}{\sqrt{3}} \Rightarrow \omega = \frac{8\sqrt{3}}{3} \text{ r/s}$$

$$|\Delta L| = |L_T - L_{\text{ΑΡΧ}}| = |I_{\Sigma \text{ΥΣΤ}} \cdot \omega - 0| = \left| 3 \cdot \frac{8\sqrt{3}}{3} \right| \Rightarrow \boxed{|\Delta L| = 8\sqrt{3} \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}$$

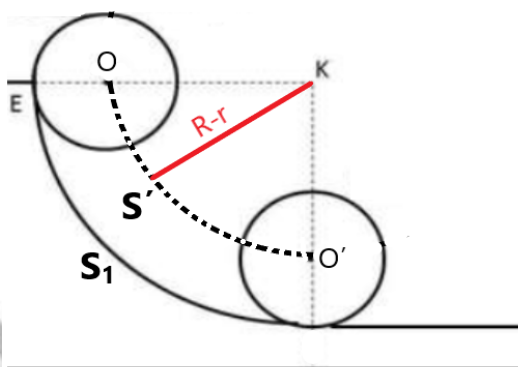
Επειδή η περιστροφή είναι δεξιόστροφη $\vec{L} \odot$
από τη σελίδα προς τον αναγνώστη.



$$\Delta 4. \omega = \frac{v_{cm}}{r} = \frac{6}{0,1} = 60 \text{ r/s}$$

$$L = I_{cm} \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot M_2 \cdot r^2 \cdot \omega = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 0,1^2 \cdot 60 \Rightarrow \boxed{L = 1,8 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}}$$

Δ5. i)



$$S' = \frac{2\pi(R-r)}{4} = \frac{\pi(R-r)}{2}$$

$$N_1 = \frac{S'}{L} = \frac{\frac{\pi(R-r)}{2}}{2\pi r} = \frac{R-r}{4r} = \frac{2,7}{4 \cdot 0,1} \Rightarrow \boxed{N_1 = \frac{27}{4} \text{ περιστροφές}}$$

Ενδεικτική λύση της ΚΕΕ

$$S_1 = \frac{2\pi R}{4} \text{ και}$$

$$N_1 = \frac{S_1}{L} \Rightarrow \boxed{N_1 = 7 \text{ περιστροφές}}$$

$$\text{ii) } S_2 = \Delta\theta \cdot r \Rightarrow \Delta\theta = \frac{\pi}{r}$$

$$N_2 = \frac{\Delta\theta}{2\pi} = \frac{\frac{\pi}{r}}{2\pi} = \frac{1}{2r} = \frac{1}{2 \cdot 0,1} \Rightarrow \boxed{N_2 = 5 \text{ περιστροφές}}$$